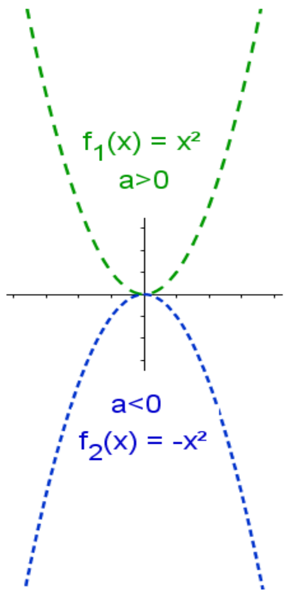
Quadratische Funktionen II

Variation der Parameter: Form $f(x)=a\cdot x^2+b\cdot x+c$ (Wiederholung)

Parameter a ist verantwortlich für die Steilheit des Graphen.

- Ist $a>0$, dann ist der Graph nach oben offen, der Scheitel ist ein Tiefpunkt.
- Ist $a<0$, dann ist der Graph nach unten offen, der Scheitel ist ein Hochpunkt.



Parameter c verschiebt den Graphen in y-Richtung.

- Ist $c>0$, dann verschiebt sich der Graph nach oben.
- Ist $c=0$, genau dann verläuft der Graph durch den Ursprung.
- Ist $c<0$, dann verschiebt sich der Graph nach unten.

Parameter b :

Der Parameter b ist von den Koeffizienten einer quadratischen Funktion am schwierigsten. Er bewirkt Verschiebungen sowohl in vertikaler (rauf - runter) als auch in horizontaler Richtung (rechts – links).

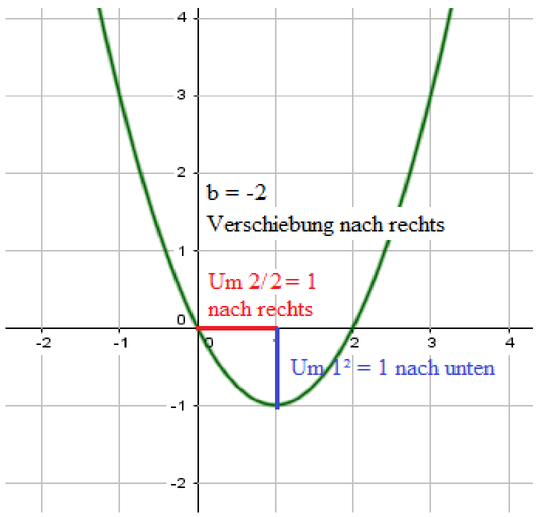
Allgemein gilt, wenn a > 0:

- Ist $b>0$, verschiebt sich der Graph nach links.
- Ist $b<0$, verschiebt sich der Graph nach rechts.

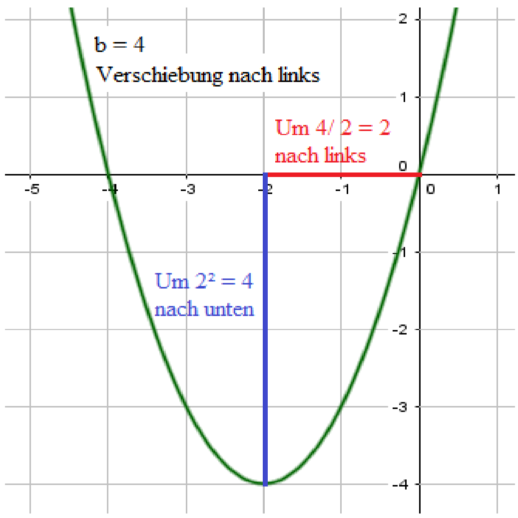
Verschoben wird immer um die Hälfte des Wertes von b nach rechts bzw. links und um die Hälfte des Werte von b zum Quadrat nach unten.

Es geht zu Beginn nur um die Suche nach dem Scheitelpunkt.

Beispiel 1: $f_1(x)=x^2-2x$

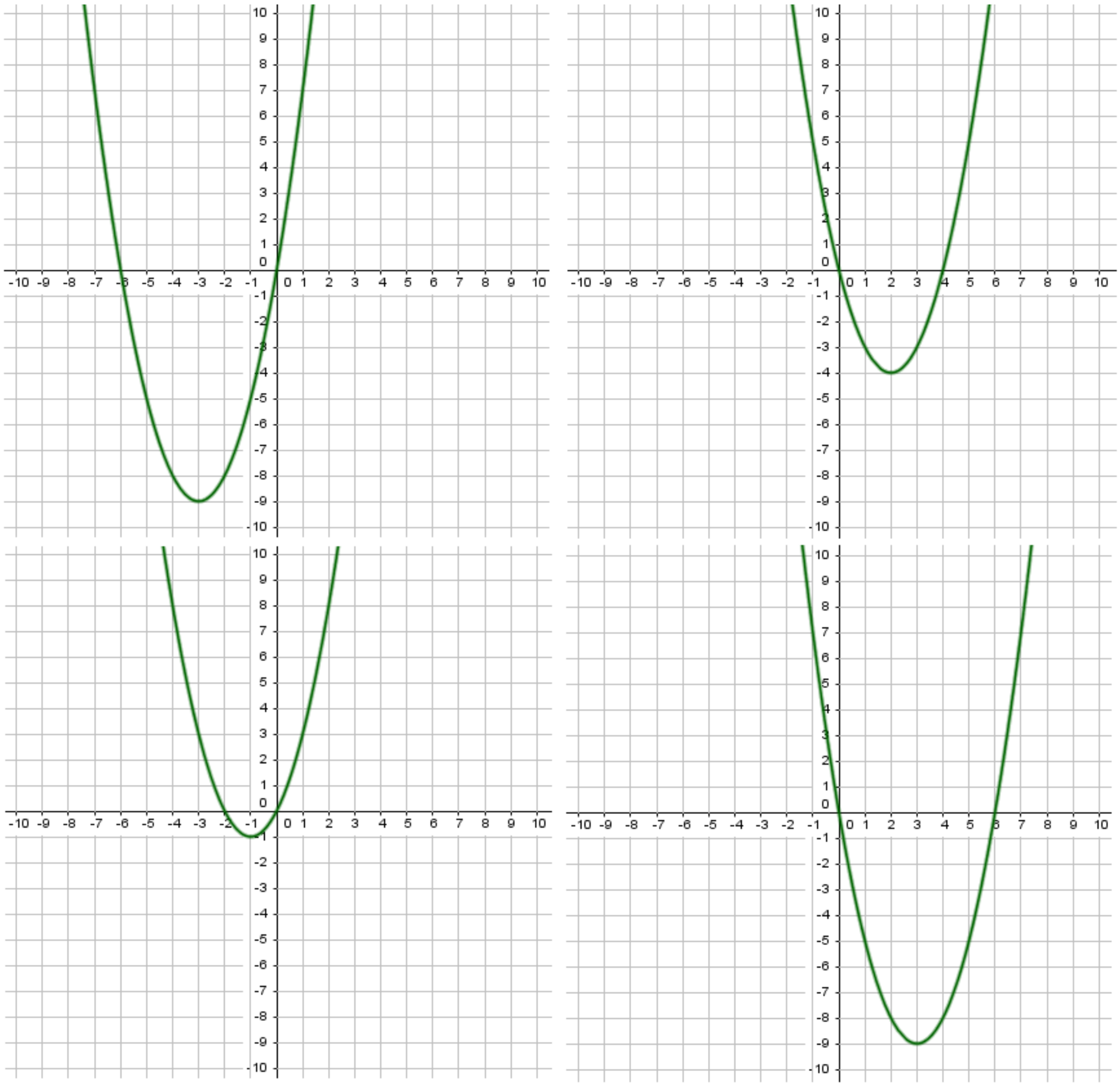


Beispiel 2: $f_2(x)=x^2+4x$



Nach der Auffindung des Scheitels wird der Graph wie gehabt für $a=1$ gezeichnet.

Übung 1: Ermittle den Parameter b und schreibe die Funktionsgleichung an.

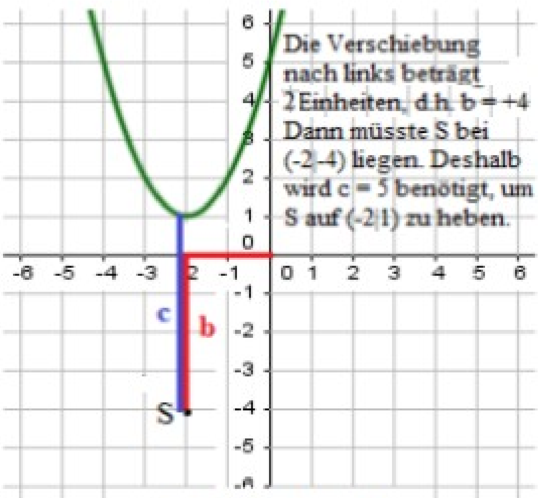


b =	f(x) =	b =	f(x) =	b =	f(x) =	b =	f(x) =

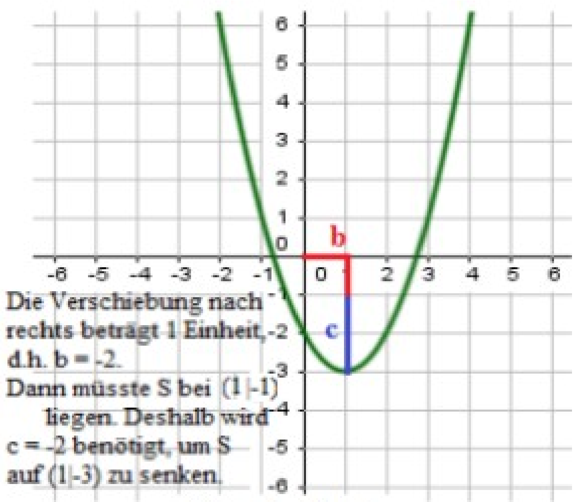
Variation von b und c :

Die Variationen von b und c beeinflussen sich nicht gegenseitig. Man sucht mit den Eigenschaften der beiden Parameter den Scheitel, dann wird der Graph wie gehabt gezeichnet.

Beispiel 3:

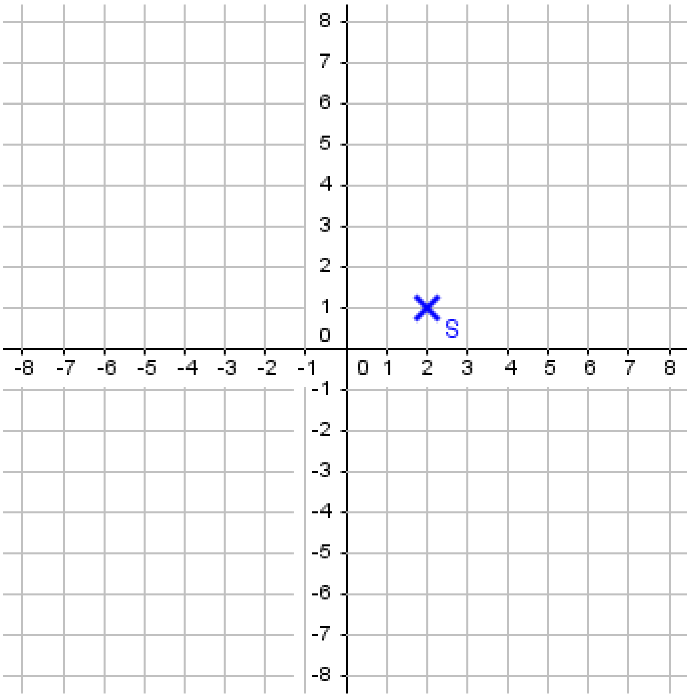


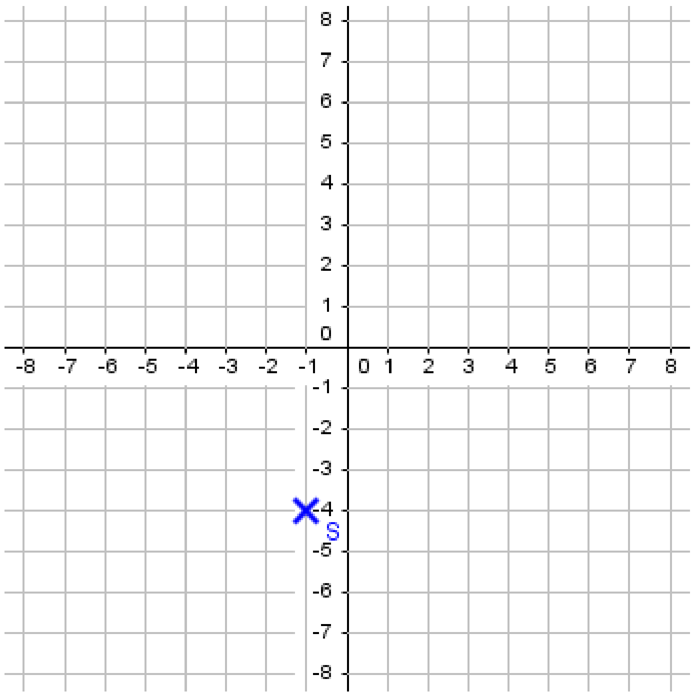
$f(x) = x^2 + 4x + 5$

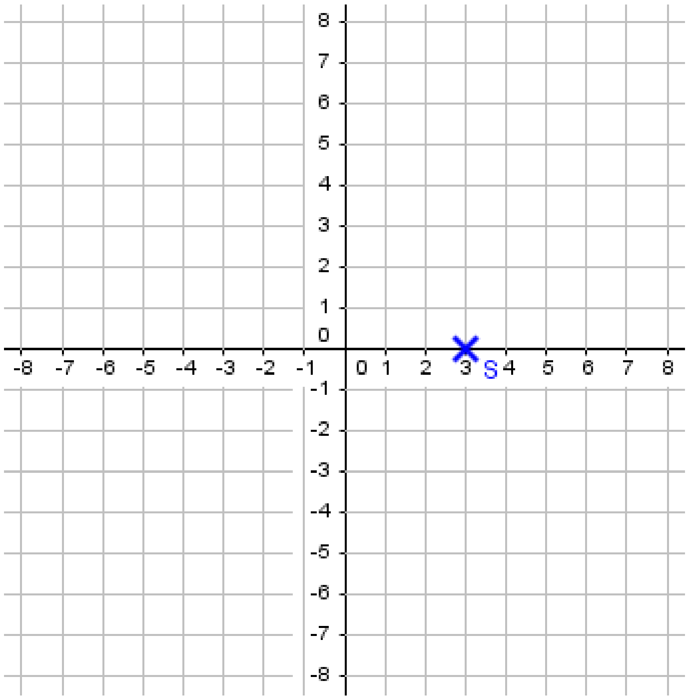


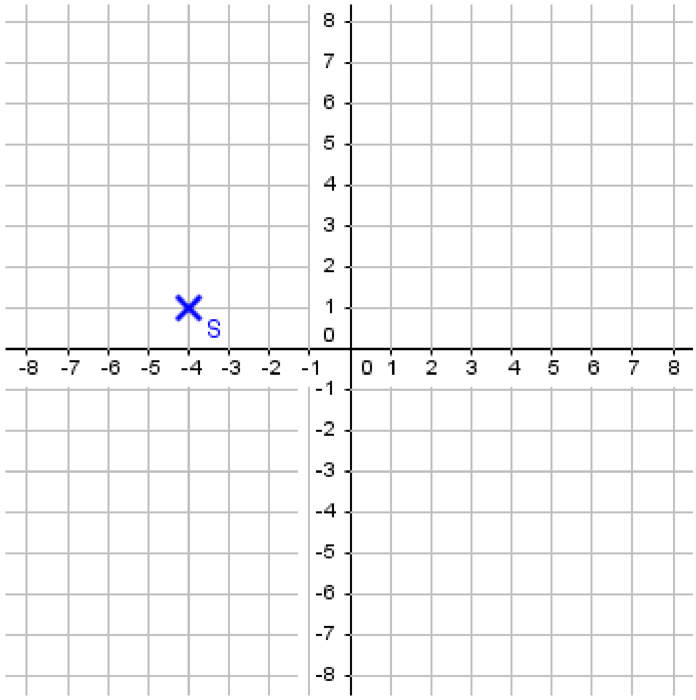
$g(x) = x^2 - 2x - 2$

Übung 2: Gegeben sind nur die Scheitel der Funktionen. Ermittle die Parameter b bzw. c und schreibe die Funktionsgleichung an. Zeichne den Graphen für $a=1$.









b =		b =		b =		b =	
c =	f(x) =	c =	f(x) =	c =	f(x) =	c =	f(x) =

Übung 3: Überlege, welche algebraische Form Funktionsgleichungen haben, deren Funktionsgraph den Scheitelpunkt genau auf der x-Achse hat. Diskutiert miteinander und begründet.

Berechnung des Scheitelpunktes

Wenn man die Funktionsgraphen quadratischer Funktionen betrachtet, erkennt man recht rasch, dass die Scheitelstelle immer in der Mitte zweier Nullstellen (falls vorhanden) liegt.

Die Scheitelstelle s wird mit folgender Formel berechnet:

$$s=\frac{n_2+n_2}{2} \quad , \quad n_{1,}\ n_{2\dots}\ Nullstellen$$

Im mathematischen Sinne wird das arithmetische Mittel der beiden Nullstellen berechnet.

Beispiel: Gegeben ist die Funktion $f(x)=0{,}5\,x^2-3{,}5\,x+3$ → Scheitelpunkt S gesucht!

Die Nullstellen ergeben sich durch das Lösen der Gleichung $0{,}5\,x^2-3{,}5\,x+3=0$.

$$\rightarrow \quad n_1=1,\ n_2=6 \quad \rightarrow \quad s=\frac{n_2+n_2}{2}=\frac{1+6}{2}=\frac{7}{2}=3{,}5\dots Scheitelstelle$$

Wir benötigen noch den Funktionswert zur Scheitelstelle: $f(3{,}5)=0{,}5\,x^2-3{,}5\,x+3$

$f(3{,}5)=0{,}5\cdot(3{,}5)^2-3{,}5\cdot(3{,}5)+3$

→ S = (3,5|-3,125) $\qquad f(3{,}5)=6{,}125-12{,}25+3=-3{,}125$

Übung 4: Bestimme die Scheitelpunkte der gegeben quadratischen Funktionen. Entscheide weiters, ob es sich bei den Scheiteln um Hochpunkte oder Tiefpunkte handelt.

a) $f(x)=2x^2-2x-4$ b) $g(x)=-0{,}5\,x^2-2x+2{,}5$ c) $h(x)=x^2+3x-10$

`Lösungen: S = (0,5|-4,5) (T), S = (-2|4,5) (H), S = (-1,5|-12,25) (T)`

Übung 5: Gegeben ist eine quadratische Funktion f mit $f(x)=2x^2+4x-5$.

a) Bestimme die Nullpunkte von f . → $f(x)=0$

b) Berechne den y-Achsenpunkt von f . → $f(0)$

c) Gib die beiden Fixpunkte von f an. → $f(x)=x$

d) Bestimme den Scheitelpunkt von f . → $s=\frac{n_1+n_2}{2}$

e) Ermittle die Schnittpunkte von f mit der Funktion $g(x)=-2x-5$. → $f(x)=g(x)$

f) Die lineare Funktion h verläuft durch den Scheitelpunkt von f und ist parallel zu g .
Gib die Funktionsgleichung der linearen Funktion h an.

`Lösungen: (-2,78|0),(0,87|0),(0|-5),(-2,5|-2,5),(1|1),(-1|-7),(-3|1),(0|-5),h(x) = -2x-9`