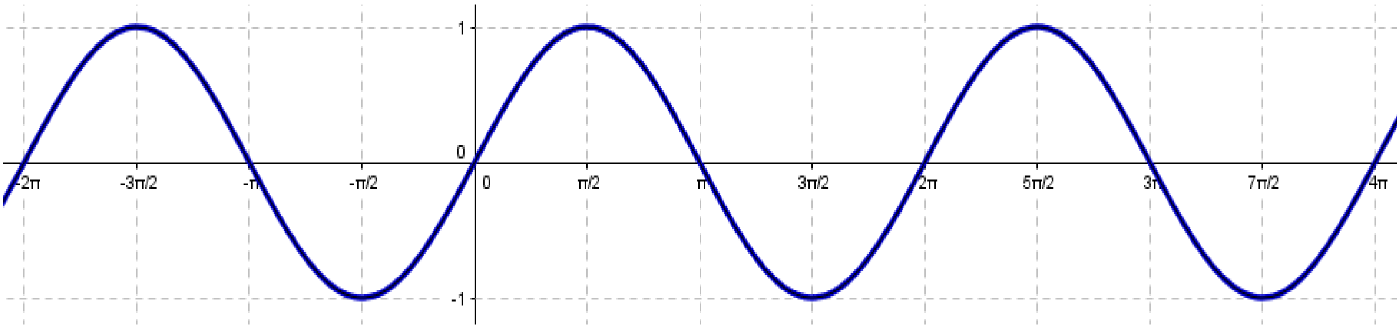
Sinusfunktion

Wie in der letzten Einheit erwähnt, wird die Funktion f mit $f(x)=\sin(x)$ als Sinusfunktion bezeichnet. Der Funktionsgraph hat im Intervall [-2π ; 4π] folgende Gestalt:



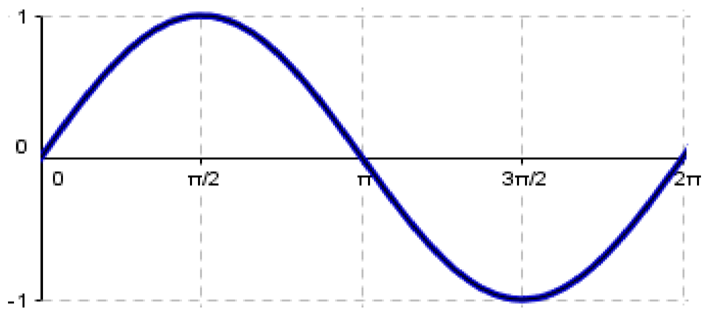
Der Graph verläuft durch den Ursprung, hat seine Nullstellen bei jedem Vielfachen von π.

Zwischen den Nullstellen gibt es Extremstellen, immer alternierend Maximumstellen und Minimumstellen.

Maximumstellen: …,-3π/2, π/2, 5π/2,... Minimumstellen: -π/2, 3π/2, 7π/2,...

Die Sinusfunktion wird als periodische Funktion bezeichnet. Die Periodizität gibt das kleinste Intervall an, bis sich die Funktionswerte wiederholen. Bei der Sinusfunktion lautet die Periodizität 2π, da die Funktionsverlauf ab 2π wieder von vorne beginnt.

Unten abgebildet ist eine Periode der Sinusfunktion $f(x)=\sin(x)$.



Übung 1: Vervollständige die Tabelle um die Funktionswerte der gegebenen Stellen.

x	-5π	$\frac{-9\pi}{2}$	-3π	$\frac{-\pi}{2}$	0	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{7\pi}{2}$	$\frac{9\pi}{2}$	5π	$\frac{13\pi}{2}$	7π	$\frac{15\pi}{2}$
$\sin(x)$												

Allgemeine Sinusfunktion

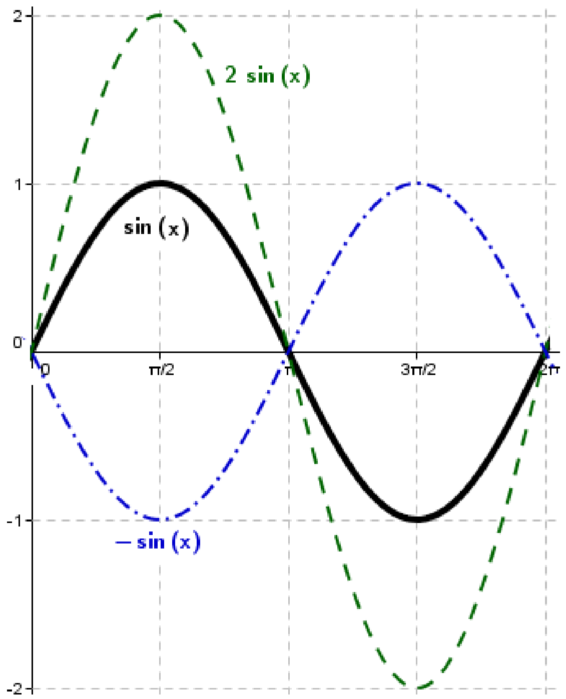
Die Sinusfunktion kann mit vier verschiedenen Parametern variiert werden:

$$f(x)=a\cdot\sin(b\cdot x+c)+d$$

Die Parameter a , b , c und d sind für unterschiedliche Veränderungen der Gestalt des Funktionsgraphen verantwortlich.

Parameter a : Amplitude oder Schwingungsweite

Jede Funktionswert wird mit dem Faktor a multipliziert. Graphisch gesehen bewirkt die Variation eine Streckung oder Stauchung des Funktionsgraphen in y-Richtung.

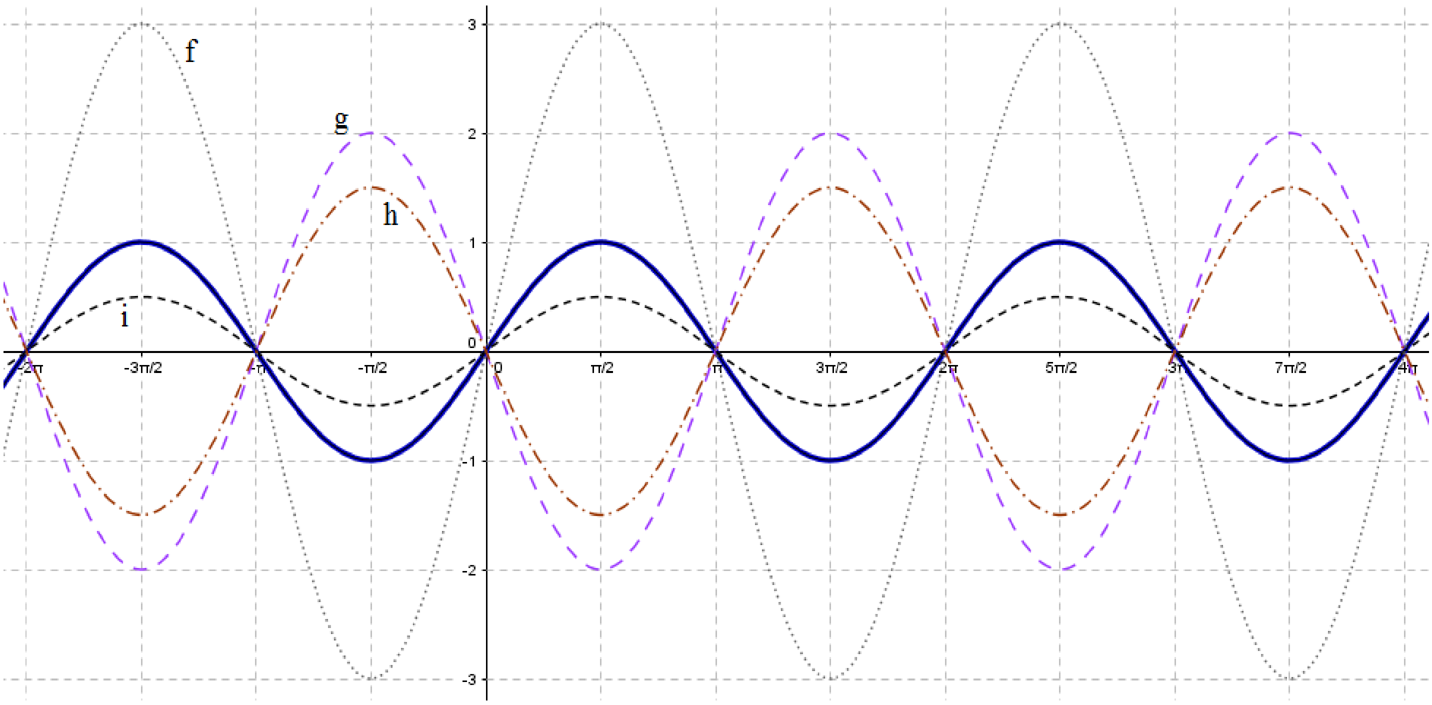


Der Begriff Amplitude sagt den maximalen Ausschlag der Funktion aus. Immer von der Ausgangsachse (hier: x-Achse) bis zum Maximum oder Minimum (Absolutwert). Das bedeutet: Die Amplitude entspricht immer dem Absolutwert von Parameter a .

Ist a < 0, dann wird der Graph um die x-Achse gespiegelt, die Amplitude bleibt allerdings trotzdem positiv.

Bei der grünen Funktion ist die Amplitude 2, bei der blauen Funktion ist sie 1.

Übung 2: Lies den Parameter a aus und gib die Funktionsgleichung an.



a =	a =	a =	a =
f(x) =	g(x) =	h(x) =	i(x) =

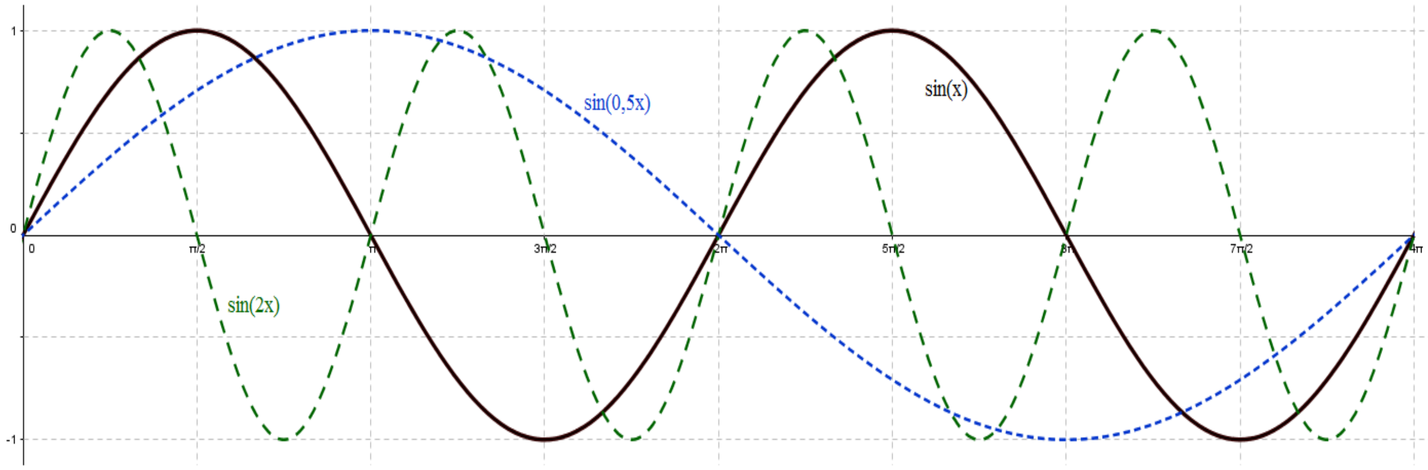
Parameter b : Periodenlänge und Frequenz

Die Variation von Parameter b bewirkt eine Stauchung oder Streckung des Funktionsgraphen in x-Richtung um den Kehrwert von b .

Frequenz f : Wie viele Sinusschwingungen passen in ein 2π-Intervall?

Periodenlänge T : Wie lange dauert es bis eine Sinusschwingung vollständig abgeschlossen ist?

→ für die bekannte Sinusfunktion gilt deshalb: Frequenz $f=1$, Periodenlänge $T=2\pi$.



$\sin(2x)$: Frequenz $f=2$, da 2 vollständige Sinusschwingungen in ein 2π-Intervall passt.
Periodenlänge $T=\pi$, da eine Sinusschwingung bei π abgeschlossen ist.

$\sin(0{,}5\,x)$: Frequenz $f=0{,}5$, da nur eine halbe Sinusschwingung in ein 2π-Intervall passt.
Periodenlänge $T=4\pi$, da eine Sinusschwingung erst bei 4π abgeschlossen ist.

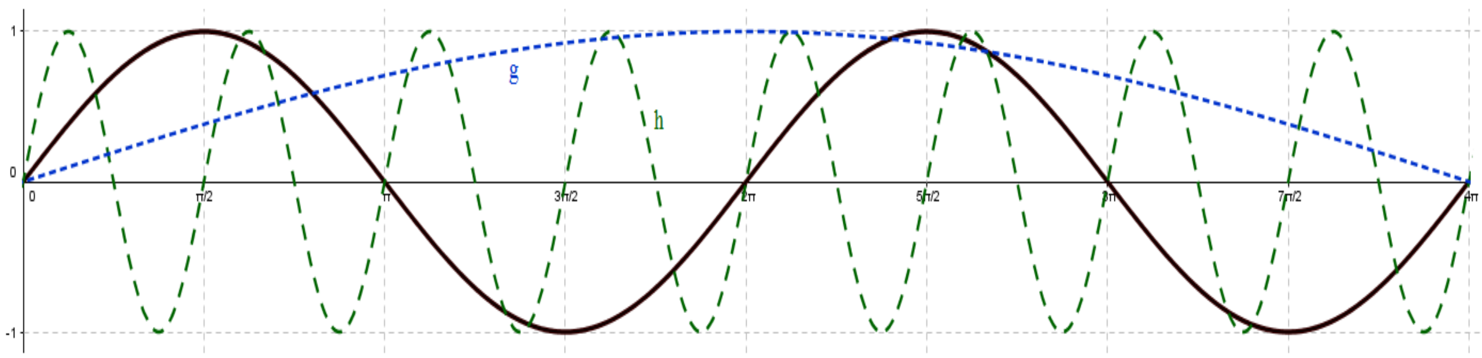
Daraus ergibt sich ein Zusammenhang. T und f stehen zueinander indirekt proportional, das heißt:

Ist f groß, dann ist T klein und umgekehrt. → $f=\frac{2\pi}{T}$ da b = f → $b=\frac{2\pi}{T}$

→ Überprüfe die Formel an den obigen Beispielen durch einsetzen.

Periodenlänge T ist der Kehrwert der Frequenz f . b ist gewöhnlich aus $\mathbb{R}_0^+$.

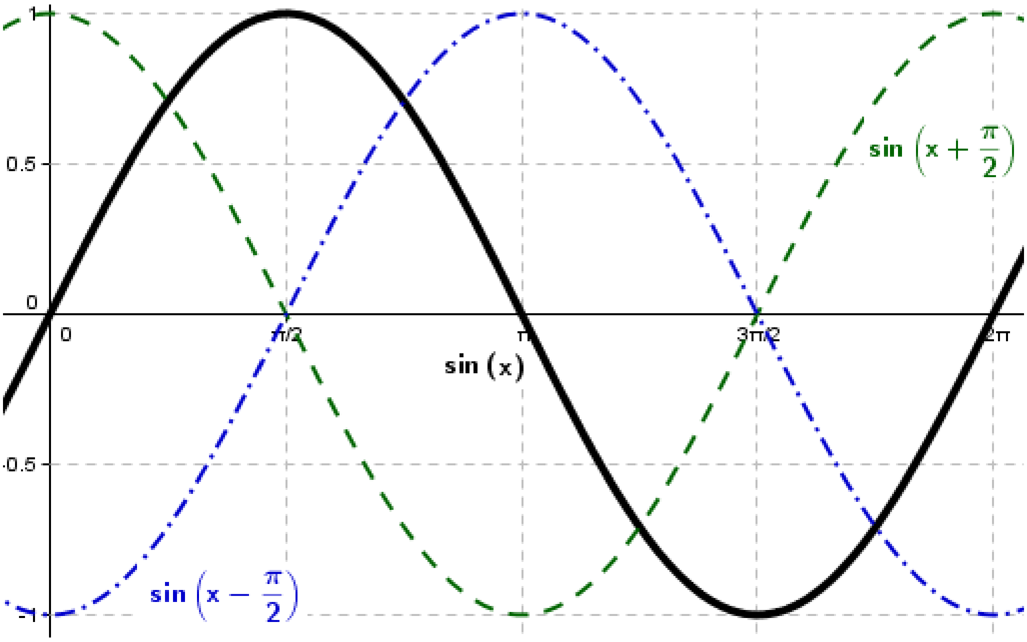
Übung 3: Lies den Parameter b aus, gib die Funktionsgleichung an und bestimme die Frequenz sowie die Periodenlänge.



b =	f:	b =	f:
g(x) =	T:	h(x) =	T:

Parameter c : Phasenverschiebung

Die Variation des Parameters c bewirkt eine Verschiebung des Funktionsgraphen in x-Richtung. Für c > 0 verschiebt sich der Graph nach links, für c < 0 nach rechts, immer um den Wert von c.



Man orientiert sich am besten an den Extremstellen.

$\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$:

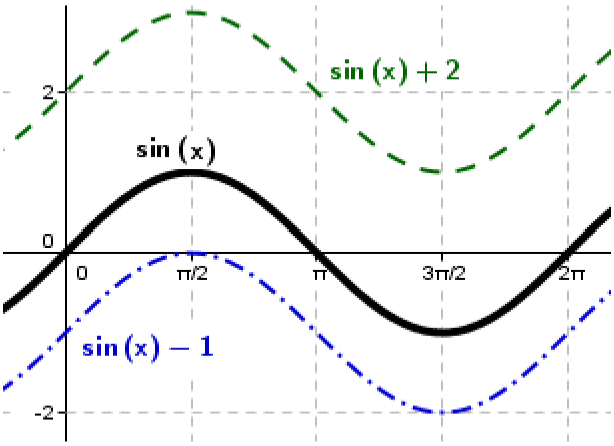
Der Hochpunkt hat sich um π/2 nach rechts verschoben.

$\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right)$:

Der Hochpunkt hat sich um π/2 nach links verschoben.

Parameter d : Verschiebung in y-Richtung

Die Veränderung von Parameter d hebt oder senkt den gesamten Funktionsgraphen. Er wirkt wie der Parameter d bei linearen Funktionen der Form $f(x)=k\cdot x+d$.

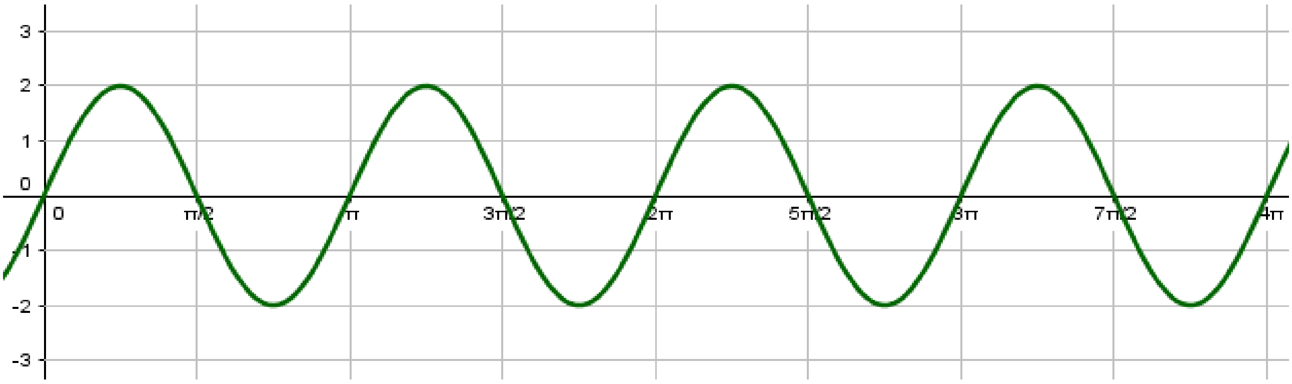


Der Parameter d definiert auch die Mittelachse, von dem aus die Amplitude abgelesen wird.

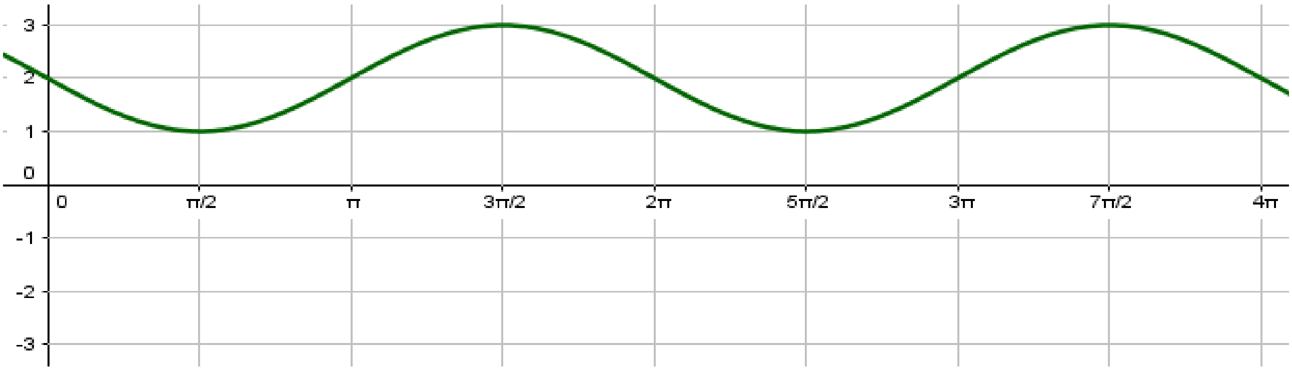
Die Variation aller vier Parameter einer allgemeinen Sinusfunktion beeinflussen sich nicht gegenseitig, daher können sie auch immer abgelesen werden.

Für die Sinusfunktion $f(x)=\sin(x)$ gilt: $a=1$, $b=1$, $c=0$, $d=0$

Übung 4: Ermittle die Werte der Parameter, die Amplitude, die Frequenz, die Periodenlänge und gib die Funktionsgleichung der dargestellten Funktionen an.

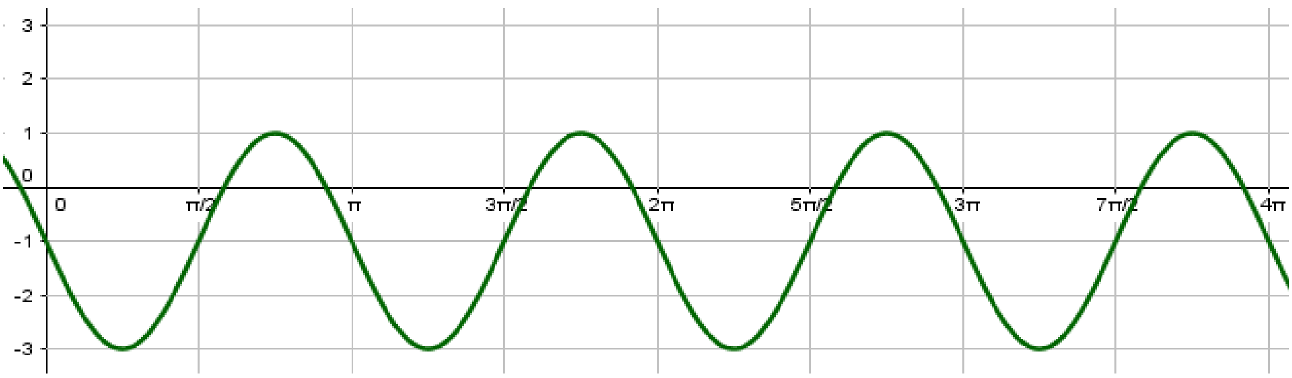


a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =

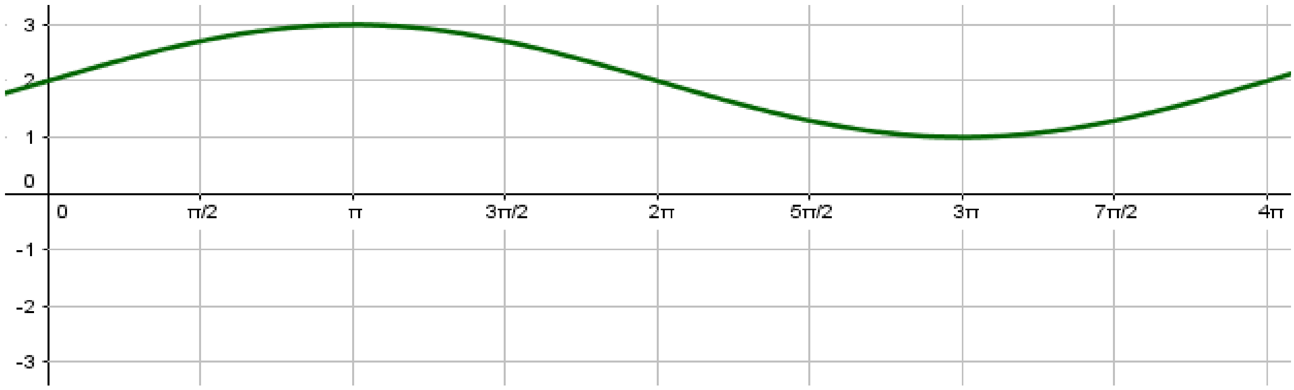


a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =

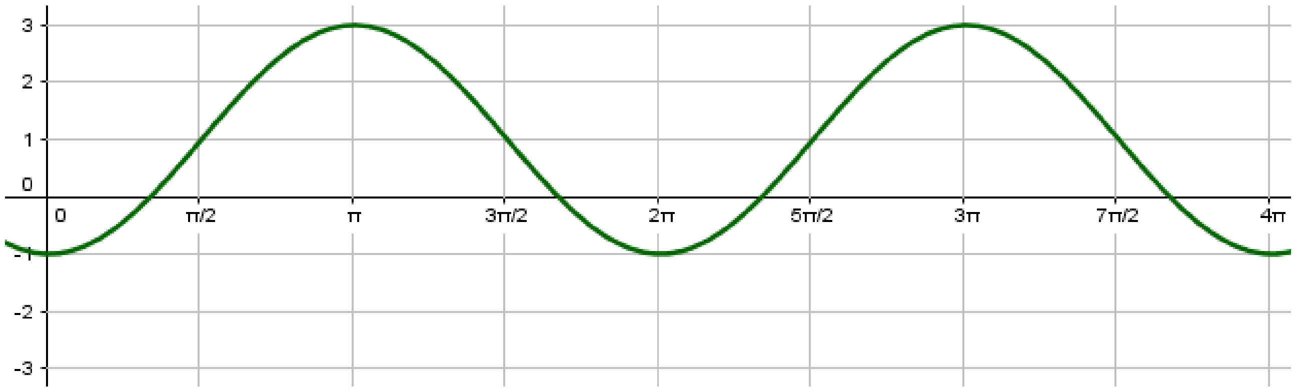
a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =



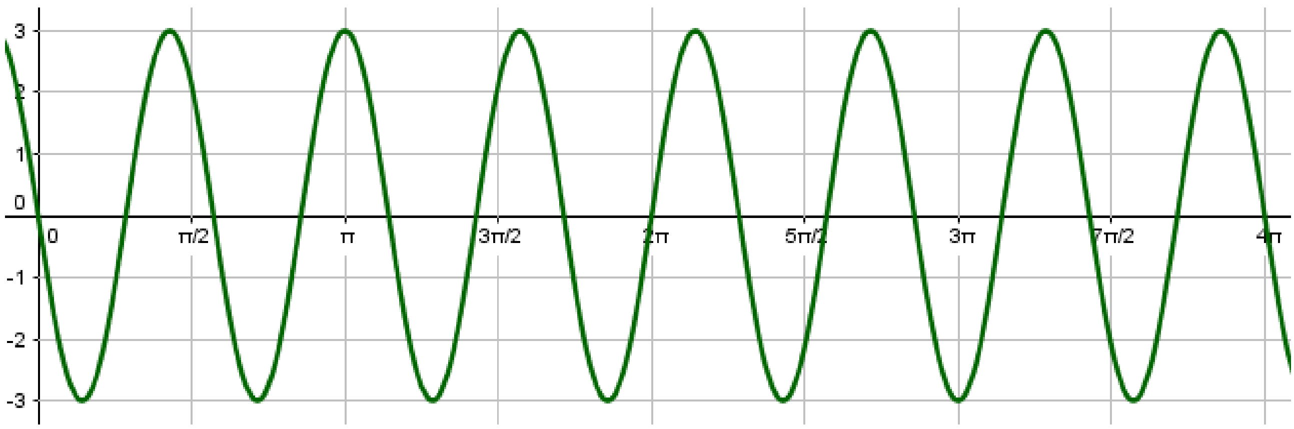
a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =



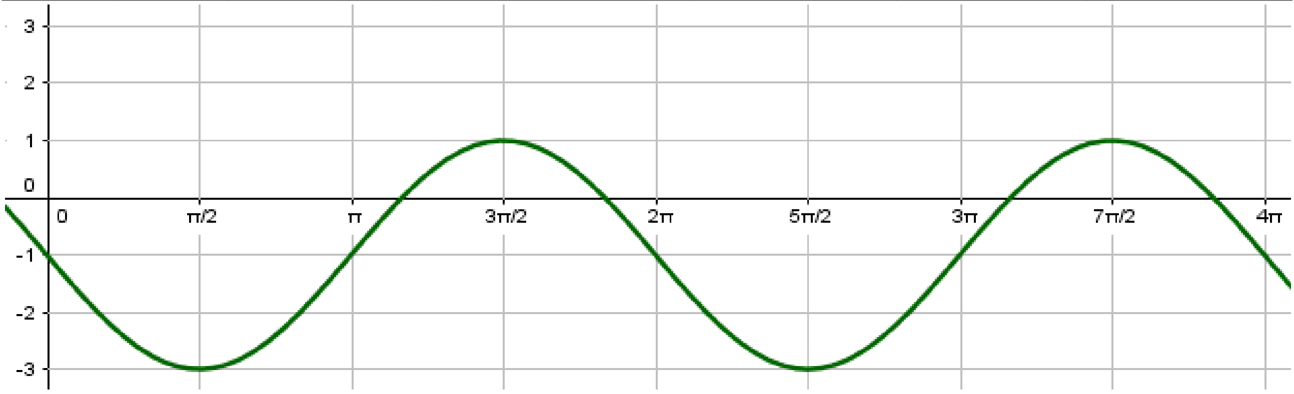
a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =



a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =



a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =



a =	b =	c =	d =	f(x) =	A =	f =	T =