

Liebe 7b Schüler,

Heute gibt es wieder ein neues Arbeitsblatt. Den Nachweis dieses neuen Arbeitsblattes sendet ihr mir bis Pfingsten. All diese Beispiele besprechen wir dann natürlich live. In den nächsten Tagen werde ich euch noch ein Mail mit einigen Übungsbeispielen (bunt gemischt) schicken.

Keep calm and carry on. Waltraud Rieger ☺

Erwartungswert und Varianz (Standardabweichung) einer binomialverteilten Zufallsvariablen.

Satz: ist H eine binomialverteilte Zufallsvariable mit den Parametern n und p, dann gilt für den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 von H:

$$\mu = E(H) = n \cdot p \text{ und } \sigma^2 = V(H) = n \cdot p \cdot (1 - p)$$

1

Unter dem **Erwartungswert** versteht man eine Kenngröße, die beschreibt, wie viele Treffer bei einem durchgeführten Zufallsexperiment erwartet werden können.

Dazu ein **Beispiel:**

Welche Trefferzahl wird man bei 30 Freiwürfen erwarten, wenn ein Basketballspieler mit 60%iger Wahrscheinlichkeit trifft?

$$n = 30, p = 0,6$$

$$\mu = 30 \cdot 0,6 = 18 \text{ D.h. man kann 18 Treffer erwarten.}$$

Kennzahlen der Binomialverteilung

Auf einer Sortieranlage werden Flaschen von einem Scanner untersucht und es wird die Art des Kunststoffes ermittelt. 95 % der Flaschen werden richtig erkannt und in die bereitgestellten Behälter einsortiert. Die Werte der Zufallsvariablen X beschreiben die Anzahl der falschen Entscheidungen bei einem Stichprobenumfang von 500 Stück. Verwende die Binomialverteilung als Modell.

Aufgabenstellung:

Berechne den Erwartungswert und die Standardabweichung für die Zufallsvariable X!

Die Binomialverteilung ist eine diskrete Verteilung, deren Zufallsvariable X nur zwei Werte annimmt: Kunststoff richtig erkannt oder Kunststoff falsch erkannt.

- $n=500$, weil der Stichprobenumfang 500 Stk. beträgt
- $p'=0,95$, weil bei 95% der Flaschen der Kunststoff richtig erkannt wird
- $p=(1-p')=0,05$ Gegenwahrscheinlichkeit und somit die Wahrscheinlichkeit für eine falsche Entscheidung

Mit den beiden Werten n und p können wir direkt in die Formeln für den Erwartungswert und die Standardabweichung wie folgt einsetzen:

$$E(x) = \mu = n \cdot p = 500 \cdot 0,05 = 25$$

$$\sigma = 4,8734$$

9.125 Es wird 20*mal gewürfelt. Es sei H die Anzahl der erhaltenen Sechser.

1) Berechne den Erwartungswert μ , die Varianz σ^2 und die Standardabweichung σ von H,

$$\mu = n \cdot p = \dots \quad \sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = \dots \quad \sigma = \dots$$

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass H größer als $\mu + \sigma$ ist?

-> siehe nächstes Beispiel und probiere!

9.126 Eine Münze wird sechsmal geworfen. H sei die absolute Häufigkeit von "Zahl".

1) Berechne den Erwartungswert μ , die Varianz σ^2 und die Standardabweichung σ von H.

$$\mu = n \cdot p = 6 \cdot 0,5 = 3$$

$$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p) = \dots$$

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass H kleiner als $\mu - \sigma$ ist?

$$\mu - \sigma = 3 - 1,22 = 1,78$$

$P(H) < 1,78$ also $P(H) = 1$ oder 0

$$P(\text{Zahl kommt nie}) = \binom{6}{0} \cdot 0,5^0 \cdot 0,5^6 = 0,5^6 = 0,015625$$

$$P(\text{Zahl kommt einmal}) = \binom{6}{1} \cdot 0,5^1 \cdot 0,5^5 = 6 \cdot 0,5^1 \cdot 0,5^5 = 0,09375$$

$$P(H) < 1,78 = 0,015625 + 0,09375 = 0,109375$$

9.128 Eine Maschine produziert Elektronikbauteile mit 10% Ausschussanteil. Der Produktion werden zufällig 20 Bauteile entnommen. Es sei H die Anzahl der fehlerhaften Bauteile.

1) Berechne den Erwartungswert μ , die Varianz σ^2 und die Standardabweichung σ von H.

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass H außerhalb der Intervalls $[\mu - \sigma; \mu + \sigma]$ liegt?

9.129 In einer Grundgesamtheit von 10 000 Losen befinden sich 75% Nieten. Jemand zieht 20 Lose. Es sei H die Häufigkeit der erhaltenen Nieten.

1) Berechne den Erwartungswert μ , die Varianz σ^2 und die Standardabweichung σ von H.

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass H um 1 kleiner als μ ist?

9.130 Die Energiesparlampen eines Leuchtmittelherstellers enthält erfahrungsgemäß 12% "Montagslampen", dh Lampen mit deutlich kürzerer Lebensdauer.

1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Anzahl der Montagslampen unter 20 zufällig ausgewählten Lampen größer als $\mu + \sigma$ ist?

Für die besonders Eifrigen:

2) Unter wie vielen Lampen findet man mit mehr als 95%iger Wahrscheinlichkeit mindestens eine Montagslampe?

Viel Energie und gutes Gelingen!